



Matemàtiques II

Model 2

Contesta de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total entre 4.

Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Opció A

1. Determinau l'equació del pla π que passa pel punt (1,2,1) i és paral·lel a les rectes

r1: {x+y-2z=0, 2x-y-z=0. r2: {-x-y+z+1=0, y+z-2=0. (10 punts)

2. Considerau la matriu

A = (m 0 m; 0 m 4; -1 3 m)

a) Determinau per a quins valors del paràmetre m la matriu A no té inversa. (5 punts)

b) Calculeu, si és possible, la matriu inversa de A per a m=1. (4 punts)

c) Si B és la matriu inversa de A i det(A)=5, quant val det(B) el determinant de B? (1 punt)

3. Demostreu que la funció polinòmica f(x) = x^3 - 3x + sqrt(2) no pot tenir dues arrels en l'interval [0,1] (6 punts). Quantes arrels té a [0,1]? (4 punts)

4. Calculeu l'àrea de la regió limitada per les paràboles y^2 = 4x i x^2 = 4y (6 punts). Feu un dibuix aproximat de la figura (4 punts).

Opció B

1. Considerau la matriu

A = (1 0 0 x; 0 x 0 x; 1 0 x 0; 0 1 x x)

a) Resoleu l'equació det(A)=0 (8 punts)

b) En quins casos admet inversa la matriu A? (2 punts)

2. Obteniu el pla π que passa pel punt (3,2,7) i per la intersecció dels plans

pi1: x-y+z-4=0, pi2: x+y-z+7=0. (10 punts)

3. Considerau la funció f(x) = ke^x / (1+x^2)

a) Determinau el valor de k perquè el pendent de la recta tangent a la funció a x=0 prengui el valor 3. (6 punts)

b) Donat el valor de k calculat a l'apartat a), estudeu-ne els intervals de creixement i decreixement. (4 punts)

4. Calculeu la integral integral ln(x+1)dx (10 punts)